Die p-q-Formel

Bestimmung von Nullstellen einer Funktion in Normalform

Normalform

$$f(x) = x^2 + p \cdot x + q$$

Quadratische Ergänzung

Scheitelform

$$f(x) = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + q$$

$S(x/y)$

Nullstellen

$$f(x) = 0$$

$N_1(x/y)$ $N_2(x/y)$

$$f(x) = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + q$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + q = 0 \qquad \left| + \frac{p^2}{4} - q \right.$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = + \frac{p^2}{4} - q \qquad \left| \pm\sqrt{} \right.$$

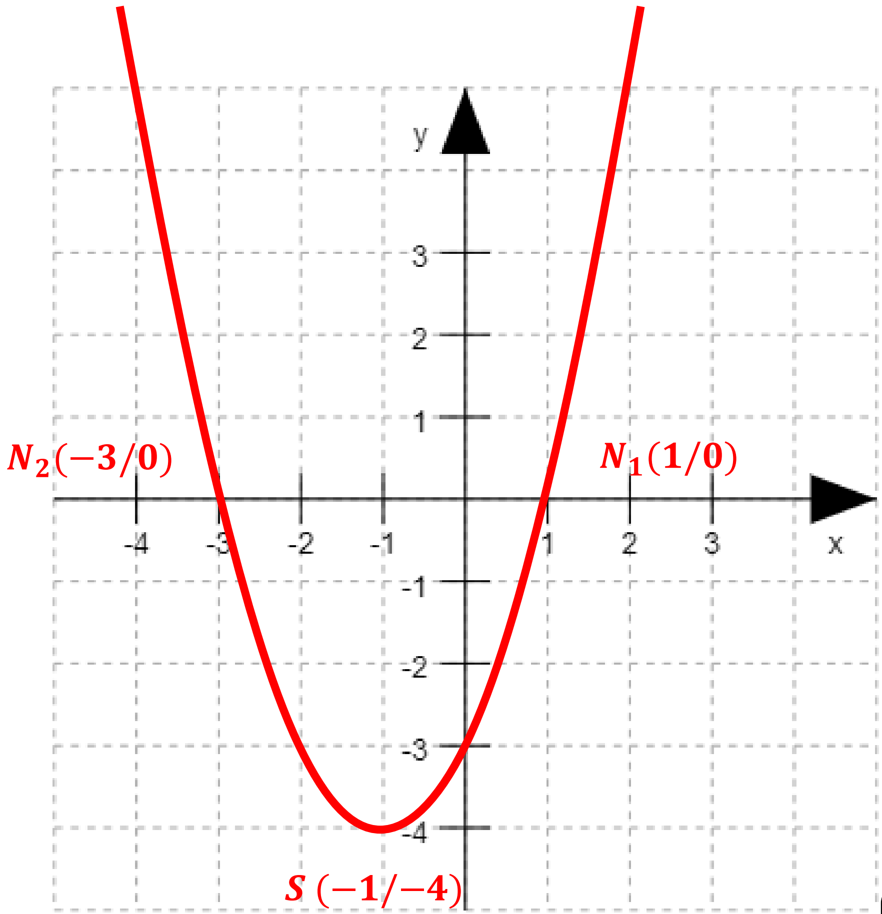
$$\Leftrightarrow x_{1,2} + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \qquad \left| - \frac{p}{2} \right.$$

$$\boxed{x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}}$$

Beispiel

$$f(x) = x^2 + 2 \cdot x - 3$$

Bestimme die Nullstellen.



p-q-Formel

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Einsetzen

$$\Leftrightarrow \quad x_{1,2} = \underbrace{-\frac{(+2)}{2}} \pm \sqrt{\underbrace{\frac{(+2)^2}{4} - (-3)}}$$

$$\Leftrightarrow \quad x_{1,2} = \quad -1 \quad \pm \sqrt{1+3}$$

$$\Leftrightarrow \quad x_{1,2} = \quad -1 \quad \pm 2$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = -1 + 2 \ = 1 \qquad N_1(1/0)$$

$$\Rightarrow \quad x_2 = -1 - 2 \ = -3 \qquad N_2(-3/0)$$

p-q-Formel ist nur in Normlform anwendbar!

Zusammenfassung

$$f(x) = x^2 + p \cdot x + q$$

Anzahl Nullstellen

Bedingungen

2 Nullstellen

1 Nullstelle

keine Nullstellen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$\frac{p^2}{4} - q > 0$$

$$\frac{p^2}{4} - q = 0$$

$$\frac{p^2}{4} - q < 0$$